

PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK MENSIMULASIKAN EFEK POPULASI KARANTINA TERHADAP PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS DI PAPUA

Abraham¹, Mahmudi²

¹Program Studi Matematika FMIPA Universitas Cenderawasih

²Program Studi Matematika Fak. Sain dan Teknologi UIN Jakarta

e-mail: m1cb_buper@yahoo.co.id¹, lullaby@ymail.com²

Abstrak

Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS) merupakan salah satu penyakit yang menjadi perhatian serius dari berbagai pihak. Pada daerah/kota berkembang dengan tingkat kepadatan penduduk tinggi, tingkat penyebaran juga cenderung semakin tinggi, salah satu cara adalah dengan proses penularan melalui kontak seksual. Provinsi Papua merupakan salah satu provinsi berkembang dengan tingkat pertumbuhan penduduk yang cukup tinggi. Pada tulisan ini akan dikaji model logistik terhadap penyebaran HIV/AIDS di Papua. Data yang digunakan dari Propovinsi Papua. Model matematika digunakan untuk menganalisis proses penyebarannya. Pada penelitian ini digunakan model matematika *Susceptible-Infected* (SI) dengan menambahkan sebuah populasi yang dikarantina (*Abstain*). Populasi yang dikarantina disebut juga sebagai populasi tidak produktif yaitu populasi yang terdiri dari orang-orang yang menahan diri untuk tidak melakukan kontak seksual secara langsung dan dengan demikian dianggap tidak dapat menyebarkan penyakit. Hasil dari model yang dikaji memberikan indikasi bahwa laju pertumbuhan populasi ditentukan oleh parameter-parameter: kelahiran, kematian, interaksi dan isolasi. Berdasarkan simulasi model memperlihatkan bahwa populasi yang dikarantina dapat memperlambat bahkan menurunkan populasi penderita AIDS.

A. PENDAHULUAN

Human Immunodeficiency Virus (HIV) merupakan retrovirus yang menjangkiti sel-sel kekebalan tubuh manusia (terutama CD4 positive T-sel dan *macrophages*-komponen-komponen utama sistem kekebalan sel), dan menghancurkan atau mengganggu fungsinya. Infeksi ini mengakibatkan terjadinya penurunan sistem kekebalan yang terus menerus, yang akan mengakibatkan defisiensi kekebalan tubuh. sedangkan *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS) menggambarkan berbagai gejala dan infeksi yang terkait dengan menurunnya sistem kekebalan tubuh yang disebabkan oleh virus HIV. HIV/AIDS merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat yang memerlukan perhatian khusus. Hal ini dapat dilihat dari tingginya jumlah kasus HIV/AIDS setiap tahun.

Jumlah individu yang terinfeksi virus HIV/AIDS hingga saat ini masih lebih dominan terhadap kelompok usia produktif yang diakibatkan pola perilaku hidup yang berisiko seperti seks bebas yang tidak aman dan penggunaan narkoba melalui jarum suntik. Proses penularan melalui hubungan seksual (baik heteroseksual maupun homoseksual) sangat mendominasi penularan virus HIV/AIDS yang mencapai 60% sedangkan penularan melalui jarum suntik

Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema " *Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika untuk Indonesia yang Lebih Baik*" pada tanggal 9 November 2013 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

tercatat sekitar 30%, serta 10% tertular melalui proses kehamilan dan transfusi darah. Di Indonesia, kecenderungan penularan infeksi HIV/AIDS di seluruh provinsi prioritas hampir sama, kecuali di Tanah Papua dimana mayoritas di akibatkan hubungan seksual beresiko tanpa kondom yang dilakukan kepada pasangan tetap maupun tidak tetap. Penularan HIV/AIDS saat ini sudah terjadi lebih awal, dimana kelompok usia produktif (15-29 tahun) banyak dilaporkan telah terinfeksi dan menderita AIDS [KPAN,2009].

Provinsi Papua merupakan salah satu provinsi yang masuk dalam tiga besar penderita HIV/AIDS terbanyak di Indonesia setelah DKI Jakarta dan Jawa Timur, yang perlu mendapatkan perhatian dari pemerintah pusat secara khusus dari pemerintah daerah Provinsi Papua itu sendiri dimana saat ini penyebaran penyakit HIV/AIDS terus meningkat. Secara demografi jumlah penduduk Provinsi Papua sekitar 2,7 juta jiwa yang tersebar di daerah pegunungan, daerah pantai utara dan pantai selatan. Sebaran penderitanya dapat ditemukan merata disemua kabupaten dan kota dengan Kabupaten Merauke dan Timika serta Kota Jayapura memiliki angka penderita yang paling tinggi. Pola penanganan dan sosialisasi anti HIV/AIDS tidak henti-hentinya dilakukan oleh pemerintah baik provinsi maupun pemerintah kabupaten melalui Komisi Penanggulangan AIDS (KPA) dengan melibatkan lembaga-lembaga swadaya yang peduli termasuk juga lembaga keagamaan dan lembaga pendidikan.

Dinamika suatu populasi tergantung pada hubungan antara kelahiran dan kematian. Adanya gangguan jangka pendek dari kedua faktor ini pada umumnya tidak berpengaruh terhadap pertumbuhan populasi jangka panjang ataupun penurunan populasi. Salah satu faktor yang dapat mempengaruhi pertumbuhan populasi adalah efek jangka panjang pada pertumbuhan populasi yang disebabkan oleh pemisahan populasi yang reproduktif secara umum menjadi populasi yang benar-benar tidak produktif, yang terdiri dari dua jenis individu yang berbeda yaitu aktif secara seksual tetapi tidak produktif dan tidak aktif secara seksual yaitu orang-orang yang oleh pilihan atau pertimbangan medis menahan diri dari hubungan seksual seumur hidup. Dengan memfokuskan perhatian terhadap populasi yang terinfeksi dan populasi yang beresiko terinfeksi, diharapkan dapat mencegah penyebaran penyakit HIV/AIDS.

B. TINJAUAN PUSTAKA

Model logistik yang diperkenalkan oleh Pierre Verhulst (1883) merupakan model pertumbuhan populasi dengan sumber daya lingkungan yang terbatas. Model ini mengasumsikan bahwa pada waktu tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan. Pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama sehingga grafik fungsi akan mendekati konstan. Bentuk yang paling sederhana dari model pertumbuhan logistik untuk total populasi P terhadap waktu adalah:

$$P'(t) = rP \left[1 - \frac{P}{K} \right],$$

dimana K sebagai *carrying capacity* merupakan jumlah maksimum banyaknya individu dalam suatu populasi dan r menyatakan laju pertumbuhan populasi.

Persamaan dinamis model matematika dengan menambahkan populasi yang dikarantina adalah:

$$S' = \beta(S + I) - \lambda SI - [\mu + b(P)]S - v_1 S \quad (1)$$

$$I' = \lambda SI - [\mu + b(P)]I - v_2 I, \quad (2)$$

$$A' = v_1 S + v_2 I - [\mu + b(P)]A \quad (3)$$

dimana: S' adalah laju perkembangan populasi yang sehat terhadap waktu. I' adalah laju perkembangan populasi yang sakit terhadap waktu. A' adalah laju perkembangan populasi yang dikarantina terhadap waktu. Laju total kelahiran secara alami yang dihasilkan per satu individu yang ada pada populasi per satuan waktu dinotasikan dengan β , μ merupakan probabilitas kematian per satu individu, dan λ merupakan proporsi tingkat infeksi terhadap populasi yang sehat. Total populasi didefinisikan sebagai:

$$P = S + I + A,$$

yang memenuhi $P' = (\beta - \mu - bP)P - \beta A$, dengan $P(0) = S(0) + I(0) + A(0)$.

Persamaan tersebut mempunyai tiga titik kesetimbangan yaitu:

1. Trivial, $(\bar{S}, \bar{I}, \bar{A}) = (0, 0, 0)$;

2. Bebas penyakit,

$$(S_*, I_*, A_*) = \left(\bar{K} \left(1 - \frac{v_1}{\beta} \right), 0, \bar{K} \frac{v_1}{\beta} \right);$$

3. Endemik, $(S^*, I^*, A^*) =$

$$\left(\frac{bP^* + v_2 + \mu}{\lambda}, \frac{(\beta - bP^* - v_1 - \mu)(bP^* + v_2 + \mu)}{\lambda(bP^* + v_2 + \mu - \beta)}, \frac{P^*(\beta - \mu - bP^*)}{\beta} \right),$$

dimana $\bar{K} > 0 \Leftrightarrow \beta > \mu + v_1$, dengan $\bar{K} = \frac{\beta - \mu - v_1}{b} = K - \frac{v_1}{b}$, dan P^* merupakan akar dari sistem persamaan berikut:

$$A^* = \frac{(\beta - \mu - bP^*)P^*}{\beta}, \quad A^* = \frac{v_1 S^* + v_2 I^*}{\mu + bP^*}$$

sehingga diperoleh $(bP + \mu + v_1)(v_2 - v_1) =$

$\frac{\lambda}{\beta}(bP + \mu + v_2 - \beta)(\mu + bP)P$. Pada kasus dimana $v_2 = v_1$, ditemukan kondisi yang menentukan adanya titik kesetimbangan positif dari P^* . Untuk kasus $v_2 > v_1$, kondisi ini juga cukup untuk mengetahui keberadaan dari akar positif. Secara umum, sebuah titik kesetimbangan endemik terpenuhi pada saat $I^* > 0$. Hal ini terpenuhi jika $\beta - \mu - v_{max} < bP^* < \beta - \mu - v_{min}$, dimana $P^* \leq K$ dan $A^* > 0$. Pada persamaan polinom pangkat tiga yang dinotasikan dengan $h(P)$ berikut

$$h(P) = \frac{\lambda}{\beta} P(\mu + bP)(bP + \mu + v_2 - \beta) - (bP + \mu + v_2)(v_2 - v_1),$$

diberlakukan kondisi bahwa

$$h\left(\frac{\beta - \mu - v_1}{b}\right) \times h\left(\frac{\beta - \mu - v_2}{b}\right) < 0$$

Perkalian ini ekuivalen dengan

$$-\frac{(v_1 - v_2)^2 [\lambda(\beta - v_1)(\beta - \mu - v_1) - b\beta(\beta - v_1 + v_2)]}{b} \text{ dan diketahui bernilai negatif jika } \lambda \text{ memenuhi kondisi}$$

$$\lambda > \frac{\beta - v_1 + v_2}{\left(K - \frac{v_1}{b}\right)\left(1 - \frac{v_2}{b}\right)}.$$

C. METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini, penulis menggunakan data sekunder jumlah penderita HIV/AIDS dan jumlah penduduk di Provinsi Papua pada tahun 2004-2008 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik dan Dinas Kesehatan Provinsi Papua.

Adapun prosedur yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menaksir nilai parameter kelahiran, kematian, interaksi dan isolasi.
2. Mensimulasikan model berdasarkan parameter yang diperoleh dari data yang diambil dari Provinsi Papua.

D. HASIL DAN PEMBAHASAN

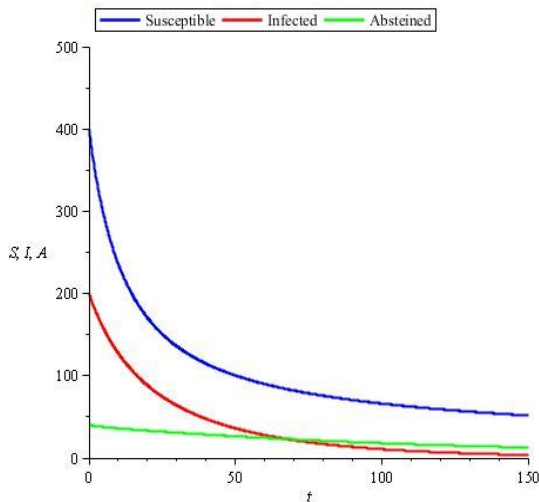
Data yang digunakan ditampilkan pada Tabel 1 sebagai berikut

Tabel 1. Jumlah Penduduk dan penderita HIV/AIDS di Provinsi Papua Tahun 2004-2008

Jumlah Penderita yang ditemukan				
Thn	P	S	I	A
2004	1873812	1873296	469	47
2005	1875388	1874736	593	59
2006	2000738	2000069	608	61
2007	2015616	2014710	824	82
2008	2056517	2055656	783	78

Sumber: Kemkes Provinsi Papua tahun 2010

Nilai-nilai parameter yang diaproksimasi menggunakan metode *least square* dengan memanfaatkan data populasi yang ada pada Tabel 1 dengan pengambilan data untuk populasi Abstain ditentukan 10% dari populasi yang sakit. Hasil pengolahan data tersebut diperoleh nilai-nilai parameter sebagai berikut $\beta = 0.014$, $\lambda = 0.000076$, $\mu = 0.01$, $v_1 = 0.002$, dan $v_2 = 0.008$. Untuk nilai b yang merupakan sebuah konstanta harus memenuhi syarat $\beta > \mu \gg b$ dalam hal ini nilai $b = 0.0001$.



Gambar 1. Model logistik untuk kasus

$$\frac{\beta}{K} < \lambda < \frac{\beta - v_1 + v_2}{\left(1 - \frac{v_1}{\beta}\right)\left(K - \frac{v_1}{b}\right)}$$

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa populasi yang sehat (garis biru) dalam kurun waktu tertentu mengalami penurunan dan konstan pada titik tertentu sementara untuk populasi yang terinfeksi seiring berjalannya waktu mengalami penurunan ke nol karena adanya pengaruh dari populasi yang memisahkan diri.

E. KESIMPULAN

Hasil simulasi berdasarkan data dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa populasi tidak produktif dapat memperlambat atau menurunkan pertumbuhan eksponensial dari total populasi. Dalam beberapa kondisi parameter, populasi tidak produktif dapat menghilangkan penyakit sekaligus menjaga populasi yang sehat tetap pada tingkat yang positif. Jika angka Malthusian r kurang dari angka isolasi bagi populasi yang sehat, maka titik kesetimbangan trivial adalah stabil lokal asimtotik dan akan menjadi tidak stabil ketika r melebihi angka isolasi tersebut. Kemudian, dalam kasus r melebihi angka isolasi terdapat keseimbangan bebas-penyakit yang tunggal yang secara lokal bersifat stabil secara asimptotik. Apabila angka isolasi dari populasi-populasi yang sehat dan terinfeksi adalah sama, maka akan menunjukkan adanya stabilitas global.

F. DAFTAR PUSTAKA

[Blower SM, Hartel D, et al (1991)] : Drugs, Sex and HIV: a mathematical model for New York City. Phil Trans R. Soc Lond B 321, 171-187.

[Chaharborj, S.S, et al. 2010] : Behavior Stability in Two SIR-Style Models for HIV. Int. Journal of Math Analysis. 4(9) : 427-434.

[Daniel Maxin. and Fabio Augusto Milner] : The Effect of Nonreproductive Groups on Persistent Sexually Transmitted Diseases. J. Math. Biosc and Engin, Vol 4, Number 3, July 2007.

[KPAN,2009] : Komisi Penanggulangan AIDS Nasional (KPAN). 2009, Data Kasus HIV dan AIDS Indonesia. <http://www.aids-ina.org>.